

Минобрнауки России  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

УТВЕРЖДАЮ

Заведующий кафедрой  
цифровых технологий



Кургалин С. Д.

28.02.2022 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**  
Б1.О.21 Теория вероятностей

- 1. Код и наименование направления подготовки:**  
02.03.01 Математика и компьютерные науки
- 2. Профиль подготовки:**  
распределенные системы и искусственный интеллект;  
квантовая теория информации
- 3. Квалификация выпускника:**  
бакалавр
- 4. Форма обучения:** очная
- 5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины:**  
кафедра цифровых технологий
- 6. Составители программы:**  
Клинских Александр Федотович, д.ф.-м.н., профессор
- 7. Рекомендована:**  
НМС ФКН (протокол № 3 от 25.02.22)
- 8. Учебный год:** 2024-2025                      **Семестр:** 3

## 9. Цели и задачи учебной дисциплины

Целями освоения учебной дисциплины являются:

- обучение построению математических моделей случайных явлений, изучаемых естественными науками, а также анализу этих моделей;
- развитие навыков интерпретации теоретико-вероятностных конструкций;

Задачи учебной дисциплины:

- изучение понятий случайной величины, функции распределения случайной величины, условной вероятности, статистического распределения, закона больших чисел, математического ожидания, дисперсии, цепей Маркова;
- развитие навыков решения практических задач с использованием теории вероятностей.

## 10. Место учебной дисциплины в структуре ООП:

Дисциплина относится к обязательной части учебного плана.

Для успешного освоения дисциплины требуется предварительное изучение математического анализа.

## 11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями) и индикаторами их достижения:

Код	Название компетенции	Код(ы)	Индикатор(ы)	Планируемые результаты обучения
ОПК-1	Способен консультировать и использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в профессиональной деятельности	ОПК-1.1	Обладает базовыми знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук	Знать: математический аппарат современной теории вероятностей; принципы построения и анализа математических моделей случайных явлений.
		ОПК-1.2	Умеет использовать их в профессиональной деятельности.	Уметь: доказывать основные теоремы элементарной теории вероятностей; решать стандартные теоретико-вероятностные задачи.
		ОПК-1.3	Имеет навыки выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний.	Владеть: навыками интерпретации теоретико-вероятностных конструкций и решения проблемных вероятностных задач.

12. Объем дисциплины в зачетных единицах/час — 4/144.

Форма промежуточной аттестации: экзамен

### 13. Трудоемкость по видам учебной работы

Вид учебной работы		Трудоемкость	
		Всего	По семестрам
			3 семестр
Аудиторные занятия		68	68
в том числе:	лекции	34	34
	практические	34	34
	лабораторные		
Самостоятельная работа		40	40
в том числе: курсовая работа (проект)			
Форма промежуточной аттестации (экзамен – 36 час.)		36	36
Итого:		144	144

#### 13.1. Содержание дисциплины

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины	Реализация раздела дисциплины с помощью онлайн-курса, ЭУМК*
<b>1. Лекции</b>			
1.1	Основные понятия теории вероятностей	Предмет и задачи курса. Основные понятия теории вероятностей.	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=3426">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=3426</a>
1.2	Классическое определение вероятностей	Классическое определение вероятности. Применение классического определения вероятности.	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=3426">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=3426</a>
1.3	Условные вероятности	Условные вероятности. Формулы полной вероятности и Байеса.	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=3426">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=3426</a>
1.4	Вероятностная схема Бернулли	Вероятностная схема Бернулли. Статистические распределения. Метод производящих функций.	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=3426">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=3426</a>
1.5	Случайные величины	Случайные величины.	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=3426">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=3426</a>
1.6	Характеристики случайных величин	Математическое ожидание. Дисперсия.	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=3426">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=3426</a>
1.7	Предельные теоремы	Предельные теоремы.	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=3426">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=3426</a>
1.8	Цепи Маркова	Цепи Маркова.	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=3426">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=3426</a>
<b>2. Практические занятия</b>			
2.1	Основные понятия теории вероятностей	Предмет и задачи курса. Основные понятия теории вероятностей.	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=3426">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=3426</a>
2.2	Классическое определение вероятностей	Классическое определение вероятности. Применение классического определения вероятности.	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=3426">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=3426</a>

2.3	Условные вероятности	Условные вероятности. Формулы полной вероятности и Байеса.	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=3426">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=3426</a>
2.4	Вероятностная схема Бернулли	Вероятностная схема Бернулли. Статистические распределения. Метод производящих функций.	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=3426">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=3426</a>
2.5	Случайные величины	Случайные величины.	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=3426">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=3426</a>
2.6	Характеристики случайных величин	Математическое ожидание. Дисперсия.	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=3426">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=3426</a>
2.7	Предельные теоремы	Предельные теоремы.	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=3426">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=3426</a>
2.8	Цепи Маркова	Цепи Маркова.	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=3426">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=3426</a>

### 13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий

№ п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины	Виды занятий (количество часов)			
		Лекции	Практические	Самостоятельная работа	Всего
1	Основные понятия теории вероятностей	4	4	2	10
2	Классическое определение вероятностей	4	4	4	12
3	Условные вероятности	6	6	8	20
4	Вероятностная схема Бернулли	4	4	4	12
5	Случайные величины	4	4	6	14
6	Характеристики случайных величин	4	4	6	14
7	Предельные теоремы	4	4	4	12
8	Цепи Маркова	4	4	6	14
	Итого:	34	34	40	108

### 14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Освоение дисциплины складывается из аудиторной работы (учебной деятельности, выполняемой под руководством преподавателя) и внеаудиторной работы (учебной деятельности, реализуемой обучающимся самостоятельно).

Аудиторная работа состоит из работы на лекциях и выполнения практических заданий в объеме, предусмотренном учебным планом. Лекция представляет собой последовательное и систематическое изложение учебного материала, направленное на знакомство обучающихся с основными понятиями и теоретическими положениями изучаемой дисциплины.

Лекционные занятия формируют базу для практических занятий, на которых полученные теоретические знания применяются для решения конкретных практических

задач. Обучающимся для успешного освоения дисциплины рекомендуется вести конспект лекций и практических занятий.

Самостоятельная работа предполагает углублённое изучение отдельных разделов дисциплины с использованием литературы, рекомендованной преподавателем, а также конспектов лекций, конспектов практических занятий. В качестве плана для самостоятельной работы может быть использован раздел 13.1 настоящей рабочей программы, в котором зафиксированы разделы дисциплины и их содержание. В разделе 13.2 рабочей программы определяется количество часов, отводимое на самостоятельную работу по каждому разделу дисциплины. Больше количество часов на самостоятельную работу отводится на наиболее трудные разделы дисциплины. Для самостоятельного изучения отдельных разделов дисциплины используется перечень литературы и других ресурсов, перечисленных в пунктах 15 и 16 настоящей рабочей программы. Обязательным элементом самостоятельной работы является выполнение домашнего задания.

Успешность освоения дисциплины определяется систематичностью и глубиной аудиторной и внеаудиторной работы обучающегося.

При использовании дистанционных образовательных технологий и электронного обучения требуется выполнять все указания преподавателей, вовремя подключаться к онлайн-занятиям, ответственно подходить к заданиям для самостоятельной работы.

В рамках дисциплины предусмотрено проведение трёх текущих аттестаций за семестр. Результаты текущей успеваемости учитываются при выставлении оценки по промежуточной аттестации в соответствии с положением П ВГУ 2.1.04.16–2019 «Положение о текущей и промежуточной аттестации знаний, умений и навыков обучающихся на факультете компьютерных наук Воронежского государственного университета с использованием балльно-рейтинговой системы».

Обучение лиц с ограниченными возможностями здоровья осуществляется с учетом их индивидуальных психофизических особенностей и в соответствии с индивидуальной программой реабилитации. Для лиц с нарушением слуха при необходимости допускается присутствие на лекциях и практических занятиях ассистента, а также сурдопереводчиков и тифлосурдопереводчиков. Промежуточная аттестация для лиц с нарушениями слуха проводится в письменной форме, при этом используются общие критерии оценивания. При необходимости время подготовки на зачете может быть увеличено. Для лиц с нарушением зрения допускается аудиальное предоставление информации (например, с использованием программ-синтезаторов речи), а также использование на лекциях звукозаписывающих устройств (диктофонов и т.д.). На лекциях и практических занятиях при необходимости допускается присутствие ассистента. При проведении промежуточной аттестации для лиц с нарушением зрения тестирование может быть заменено на устное собеседование по вопросам. При необходимости время подготовки на экзамене может быть увеличено. Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата при необходимости допускается присутствие ассистента на лекциях и практических занятиях. Промежуточная аттестация для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата проводится на общих основаниях, при необходимости процедура экзамена может быть реализована дистанционно.

## **15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины**

а) основная литература:

№ п/п	Источник
1	Ширяев, А. Н. Вероятность-1 : Элементарная теория вероятностей. Математические основания. Предельные теоремы : учебник : в 2 книгах / А. Н. Ширяев. – Изд. 4-е, перераб. и доп. – Москва : МЦНМО, 2007. – 552 с. – Режим доступа: по подписке. – URL:

	<a href="https://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=63256">https://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=63256</a> (дата обращения: 03.04.2023). – ISBN 978-5-94057-105-6. – Текст : электронный.
--	--

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
1	Зубков, А. М. Сборник задач по теории вероятностей : учебное пособие для вузов / А. М. Зубков, Б. А. Севастьянов, В. П. Чистяков. — 4-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 320 с. — ISBN 978-5-8114-9085-1. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <a href="https://e.lanbook.com/book/184062">https://e.lanbook.com/book/184062</a> (дата обращения: 03.04.2023). — Режим доступа: для авториз. пользователей.
2	Вентцель, Е. С. Теория вероятностей : учебное пособие / Е. С. Вентцель. — Изд. 4-е, стереотип. — Москва : Наука, 1969. — 564 с. : ил. — Режим доступа: по подписке. — URL: <a href="https://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=458388">https://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=458388</a> (дата обращения: 03.04.2023). — Текст : электронный.
3	Вентцель, Е. С. Теория вероятностей : задачи и упражнения / Е. С. Вентцель, Л. А. Овчаров. — Москва : Наука, 1969. — 363 с. : ил. — Режим доступа: по подписке. — URL: <a href="https://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=458387">https://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=458387</a> (дата обращения: 03.04.2023). — Текст : электронный.

в) информационные электронно-образовательные ресурсы (официальные ресурсы интернет):

№ п/п	Ресурс
1	ЗНБ ВГУ: <a href="https://lib.vsu.ru/">https://lib.vsu.ru/</a>
2	Электронно-библиотечная система "Университетская библиотека online": <a href="http://biblioclub.ru/">http://biblioclub.ru/</a>
3	Электронно-библиотечная система "Лань": <a href="https://e.lanbook.com/">https://e.lanbook.com/</a>
4	Электронно-библиотечная система "Консультант студента": <a href="http://www.studmedlib.ru">http://www.studmedlib.ru</a>
5	Электронный университет ВГУ: <a href="https://edu.vsu.ru/">https://edu.vsu.ru/</a>

## 16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы

№ п/п	Источник
1	Вентцель, Е. С. Теория вероятностей : учебное пособие / Е. С. Вентцель. — Изд. 4-е, стереотип. — Москва : Наука, 1969. — 564 с. : ил. — Режим доступа: по подписке. — URL: <a href="https://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=458388">https://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=458388</a> (дата обращения: 03.04.2023). — Текст : электронный.
2	Вентцель, Е. С. Теория вероятностей : задачи и упражнения / Е. С. Вентцель, Л. А. Овчаров. — Москва : Наука, 1969. — 363 с. : ил. — Режим доступа: по подписке. — URL: <a href="https://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=458387">https://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=458387</a> (дата обращения: 03.04.2023). — Текст : электронный.

## 17. Образовательные технологии, используемые при реализации учебной дисциплины, включая дистанционные образовательные технологии (ДОТ, электронное обучение (ЭО), смешанное обучение)

При реализации дисциплины могут использоваться технологии электронного обучения и дистанционные образовательные технологии на базе портала [edu.vsu.ru](http://edu.vsu.ru), а также другие доступные ресурсы сети Интернет.

## 18. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Аудитория для лекционных занятий: мультимедиа-проектор, экран для проектора, компьютер с выходом в сеть «Интернет». Специализированная мебель (столы ученические, стулья, доска). Программное обеспечение: LibreOffice v.5-7, программа для просмотра файлов формата pdf, браузер.

Аудитория для практических занятий: специализированная мебель (столы ученические, стулья, доска).

## 19. Оценочные средства для проведения текущей и промежуточной аттестаций

Порядок оценки освоения обучающимися учебного материала определяется содержанием следующих разделов дисциплины:

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Компетенция(и)	Индикатор(ы) достижения компетенции	Оценочные средства
1	Основные понятия теории вероятностей	ОПК-1	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3	Контрольная работа
2	Классическое определение вероятностей	ОПК-1	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3	Контрольная работа
3	Условные вероятности	ОПК-1	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3	Контрольная работа
4	Вероятностная схема Бернулли	ОПК-1	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3	Контрольная работа
5	Случайные величины	ОПК-1	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3	Контрольная работа
6	Характеристики случайных величин	ОПК-1	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3	Контрольная работа
7	Предельные теоремы	ОПК-1	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3	Контрольная работа
8	Цепи Маркова	ОПК-1	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3	Контрольная работа
Промежуточная аттестация форма контроля – экзамен				Перечень вопросов к экзамену

## 20. Типовые оценочные средства и методические материалы, определяющие процедуры оценивания

### 20.1. Текущий контроль успеваемости

Контроль успеваемости по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств: контрольная работа.

#### Контрольная работа

1. Студент знает не все экзаменационные билеты. В каком случае вероятность выбрать неизвестный билет будет для него наименьшей, когда он выбирает билет первым или последним, не обладая информацией о выбранных ранее билетах? (2 балла)

Ответ: вероятность одинакова.

2. Понятие вероятности случайного события. (4 балла)

Ответ: Числовая функция  $P$ , определённая на классе событий  $U$ , называется вероятностью, если выполняются следующие условия (аксиомы):

- 1)  $U$  есть алгебра событий;
- 2)  $P(A) \geq 0; \forall A \in U$ ;
- 3)  $P(\Omega) = 1$ .
- 4) Если  $AB = \emptyset$  (события  $A$  и  $B$  – несовместны), то  
 $P(A + B) = P(A) + P(B)$ .

3. Среди 25 экзаменационных билетов, по мнению студентов, есть 5 «хороших». Двое студентов по очереди берут по одному билету. Чему равна вероятность события, что оба студента взяли «хорошие» билеты? (4 балла)

Ответ: 1/30.

4. Брошены три монеты. Чему равна вероятность события, что выпадут два герба. (5 баллов)

Ответ: 3/8.

5. Свойства функции распределения  $F(x) = P\{U < x\}$  (4 балла)

Ответ:

- 1)  $F(-\infty) = 0$ ;
  - 2)  $F(+\infty) = 1$ ;
  - 3) При  $x_2 > x_1$  справедливо  $F(x_2) \geq F(x_1)$ .
6. Функция распределения индикатора события с вероятностью 0,3. (5 баллов)

Ответ:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0; \\ 0,7, & 0 < x \leq 1; \\ 1, & x > 1. \end{cases}$$

7. Запишите формулу полной вероятности и формулу Бейеса. (4 балла)

Ответ:

$$P(A) = \sum_{i=1}^n P(A|H_i)P(H_i);$$
$$P(H_k|A) = \frac{P(H_k)P(A|H_k)}{P(A)}.$$

8. В лифт девятиэтажного дома на первом этаже вошли 3 человека. Каждый из них с одинаковой вероятностью выходит на любом из этажей, начиная со второго. Чему равна вероятность события, что все пассажиры выйдут одновременно на одном и том же этаже? (5 баллов)



Ответ: 1/64.

9. Характеристики случайных величин: среднее значение и дисперсия случайной величины. (4 балла)

Ответ:

$$\bar{U} = \sum_{i=1}^{\infty} u_i p_i.$$

$$D[U] = \bar{U}^2 - (\bar{U})^2.$$

10. Понятие ковариации двух случайных величин, дисперсия суммы двух случайных величин. (4 балла)

Ответ:

$$\text{Cov}(X, Y) = \overline{XY} - \bar{X} \cdot \bar{Y}.$$

$$D(X + Y) = D(X) + D(Y) + 2\text{Cov}(X, Y).$$

11. Трёхтомник стихотворений располагается на книжной полке в случайном порядке. Найти 1) вероятность того, что первый том будет расположен на своём порядковом месте; 2) условную вероятность того, что первый том окажется на первом месте, при условии, что вторым на полке стоит второй том. (5 баллов)

Ответ: 1) 1/3; 2) 1/2.

12. Бросаются 4 игральные кости. Найти вероятность события, что на них выпадет по одинаковому числу очков. (4 балла)

Ответ: 1/216.

13. Запишите формулы распределения вероятностей: а) биномиального, б) нормального, в) Пуассона. (3 балла)

Ответ: а)  $\binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$ ; б)  $\frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$ ; в)  $\frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}$ .

14. Запишите а) формулу Стирлинга, б) значение выражения  $\ln(50!)$ . (3 балла)

Ответ: а)  $n! \approx \sqrt{2\pi n} \cdot n^n \cdot e^{-n}$ ; б) 148,8.

15. В городе в октябре месяце в среднем бывает шесть дождливых дней. Рассматривается событие, что из случайно выбранных в этом месяце двенадцати дней четыре оказываются дождливыми. Найти вероятность этого события (3 балла)

Ответ:  $\binom{12}{4} \cdot \left(\frac{6}{31}\right)^4 \cdot \left(1 - \frac{6}{31}\right)^{12-4}$ .

16. При передаче сообщения вероятность искажения одного знака равна 0,05. Пусть сообщение содержит восемь знаков. Найти вероятность того, что сообщение содержит не более двух искажений. (5 баллов)

Ответ:

$$\sum_{k=0}^2 \left[ \binom{8}{k} \cdot (0,05)^k \cdot (1 - 0,05)^{8-k} \right].$$

17. Свойства функции распределения для системы двух случайных величин  $(U, V)$ :  $F(x, y) = P\{U < x, V < y\}$ . (3 балла)

Ответ:

18. Найти функцию распределения индикатора события, вероятность появления которого равна 0,4. (2 балла)

Ответ:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0; \\ 0,6, & 0 < x \leq 1; \\ 1, & x > 1. \end{cases}$$

19. В одном ящике имеется 5 белых и 10 красных шаров, в другом - 5 красных и 10 белых. Из каждого ящика вынуто по одному шару. Найти вероятность события  $A = \{\text{вынут хотя бы один красный шар}\}$ . (4 балла)

Ответ: 7/9.

20. В лифт девятиэтажного дома на первом этаже вошли пять человек. Каждый из них с одинаковой вероятностью выходит на любом из этажей, начиная с третьего. Чему равна вероятность события, что трое из них выйдут одновременно на пятом этаже? (3 балла)

Ответ:  $\binom{5}{3} \cdot \left(\frac{1}{7}\right)^3 \cdot \left(1 - \frac{1}{7}\right)^{5-3}$ .

21. Определение марковского процесса. (2 балла)

Ответ:

22. Производятся тридцать независимых испытаний, в каждом из которых вероятность появления успеха равна 0,3. Найти среднее и дисперсию числа появления успеха в этих испытаниях. (4 балла)

Ответ:  $30 \cdot 0,3; 30 \cdot 0,3 \cdot (1 - 0,3)$ .

23. Собрание сочинений из семи томов располагается на книжной полке в случайном порядке. Найти 1) вероятность того, что третий том будет расположен на своём, третьем, порядковом месте; 2) условную вероятность того, что третий том окажется на третьем месте, при условии, что седьмым на полке стоит седьмой том. (4 балла)

Ответ: 1) 1/7; 2) 1/6.

24. Бросаются пять «правильных» игральных костей. Найти вероятность события, что на них выпадет ровно две двойки. (4 балла)

Ответ:  $\binom{5}{2} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^2 \cdot \left(1 - \frac{1}{6}\right)^{5-2}$ .

25. Испытание заключается в бросании двух «правильных» игральных костей. Найти вероятность события, что в семи независимых испытаниях ровно три раза выпадет по две двойки. (4 балла)

Ответ:  $\binom{7}{3} \cdot \left(\frac{1}{36}\right)^3 \cdot \left(1 - \frac{1}{36}\right)^{7-3}$ .

26. (о надёжности банковской карты) Найти вероятность того, что в результате двух попыток, предоставляемых банкоматом, будет угадан неизвестный четырёхзначный код. (5 баллов)

27. (о забывчивости) Найти вероятность того, что будут угаданы две, отличные друг от друга, цифры кода банковской карты. (5 баллов)
28. (ящик и шары) В ящике имеется 4 белых и 6 красных шаров. Из ящика три раза выбирают случайным образом по одному шару. Найти вероятность того, что все три выбранных шара окажутся белыми, если выбранные из ящика шары обратно не возвращаются. (5 баллов)
29. (ящики и шары) Пусть имеется пять ящиков. В двух из них имеется по одному белому и по три красных шара, в трёх других ящиках – по два белых и два красных шара. Из произвольно выбранного ящика выбирают случайным образом один шар. Найти вероятность того, что шар окажется белым. (5 баллов)
30. (игральная кость) Игральная кость подбрасывается до тех пор, пока не выпадет 6 очков. Найти вероятность того, что кость придётся подбрасывать не менее трёх раз. (5 баллов)
31. (ошибки при передаче сообщений) При передаче сообщения вероятность искажения одного знака равна 0,03. Пусть сообщение содержит десять знаков. Найти вероятность того, что сообщение содержит не более трёх искажений. (5 баллов)
32. (студент и экзамен) Из 25 вопросов, включённых в программу экзамена, студент подготовил 20. На экзамене студент случайным образом выбирает 5 вопросов из 25. Для сдачи экзамена достаточно ответить правильно хотя бы на 3 вопроса. Найти функцию распределения индикатора события, что студент сдаст экзамен. (5 баллов)
33. (карточная игра) В карточной игре, когда колода из 32 карт (без шестёрок) раздаётся трём игрокам, получающим по 10 карт, две карты откладываются в сторону. Найти вероятность того, что отложенные в сторону карты окажутся семёрками. (5 баллов)
34. (независимость событий) Игральная кость подброшена дважды. Рассматриваются два события:  $A = \{\text{число очков при первом бросании равно } 5\}$ ;  $B = \{\text{сумма очков при двух бросаниях равна } 9\}$ . Являются эти события независимыми? (5 баллов)
35. (к Новому Году) По случаю праздника на столе имеется пять бокалов с минеральной водой, три бокала с соком и два бокала с шампанским. К столу подошли семь студентов факультета ФКН, для которых эти напитки одинаково привлекательны, и выбрали по одному бокалу. Найти вероятность того, что на столе осталось по одному бокалу каждого напитка. (5 баллов)

Критерии оценивания контрольных работ

- 0-24 балла — «неудовлетворительно»
- 25-34 балла — «удовлетворительно»
- 35-44 балла — «хорошо»
- 45-50 баллов — «отлично»

**Приведённые ниже задания рекомендуется использовать при проведении диагностических работ для оценки остаточных знаний по дисциплине**

**Перечень заданий для проверки сформированности компетенции:**

**I. Задания с выбором ответа**

1. Вероятность того, что при двух бросаниях монеты герб выпадет ровно два раза равна

- А) 0
- Б) 0,25
- В) 0,5
- Г) 1

**Ответ:** Б) 0,25.

2. Стрелок, точность попадания которого составляет 0,9 для каждого выстрела, три раза стреляет по мишени.

Вероятность того, что он хотя бы раз промахнётся равна:

- А) 0,5
- Б) 0,729
- В) 0,333
- Г) 0,271.

**Ответ:** Г) 0,271.

3. В коробке лежат пять конфет с красной обёрткой и три конфеты с зелёной обёрткой. Вероятность отравиться конфетой в красной обёртке равна 0,1, в зелёной – 0,3. Вероятность того, что человек отравится наугад извлечённой конфетой равна

- А) 0,175
- Б) 0,300
- В) 0,512
- Г) 0,225.

**Ответ:** А) 0,175.

4. Игральную кость бросают три раза. Вероятность того, что при этом два раза выпадет пятёрка равна

- А) 2/3
- Б) 5/72
- В) 3/8
- Г) 1/4.

**Ответ:** Б) 5/72.

5. Вычисление вероятности того, что из N независимых опытов, в каждом из которых событие может наступить с равной вероятностью p, событие наступит ровно k раз, проводится по формуле

- А) Байеса;
- Б) полной вероятности;
- В) Бернулли;
- Г) Гаусса.

**Ответ:** В) Бернулли.

6. Формула

$$\sum_{i=1}^n x_i p_i$$

применяется для вычисления

- А) дисперсии;

- Б) полной вероятности;
- В) среднеквадратичного отклонения;
- Г) математического ожидания.

**Ответ:** Г) математического ожидания.

7. Пусть дискретная случайная величина задана распределением:

$x_i$	0	1	2
$p_i$	0,3	0,4	0,3

Математическое ожидание равно:

- А) 0
- Б) 0,4
- В) 1
- Г) 1,5.

**Ответ:** В) 1.

8. Выберите варианты, в которых указаны свойства функции распределения непрерывной случайной величины:

- А) монотонное неубывание;
- Б) монотонное невозрастание;
- В)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} F(x) = 0$ ;
- Г)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} F(x) = 1$ .

**Ответ:** А), Г).

9. Математическое ожидание непрерывной случайной величины, заданной плотностью распределения вероятности:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(x-1)^2}{2}\right).$$

- А) 0
- Б) 1
- В) -1
- Г) 0,5

**Ответ:** Б) 1.

10. Функция распределения нормально распределённой случайной величины выражается через функцию

- А) Эйри;
- Б) Бесселя;
- В) Лапласа;
- Г) Чебышева.

**Ответ:** В) Лапласа.

## II. Задания с кратким ответом

1. В пирамиде пять винтовок, три из которых снабжены оптическим прицелом. Вероятность того, что стрелок поразит мишень при выстреле из винтовки с оптическим прицелом, равна 0,95. Для винтовки без оптического прицела эта вероятность равна 0,7. Найти вероятность того, что мишень поражена, если стрелок произведет один выстрел из наудачу взятой винтовки.

**Ответ:**  $P(A) = 0.85$ .

$B_1$  - винтовка с оптическим прицелом,  $P(B_1) = \frac{3}{5} = 0.6$ ,  $P_{B_1}(A) = 0.95$ .

$B_2$  - винтовка с оптическим прицелом,  $P(B_2) = \frac{2}{5} = 0.4$ ,  $P_{B_2}(A) = 0.7$ .

$$P(A) = P(B_1)P_{B_1}(A) + P(B_2)P_{B_2}(A) = 0.6 \times 0.95 + 0.4 \times 0.7 = 0.85$$

2. В фирме такси в наличии 50 легковых автомобилей; 27 из них чёрного цвета с жёлтыми надписями на бортах, остальные - жёлтого цвета с чёрными надписями. Найдите вероятность того, что на случайный вызов приедет машина жёлтого цвета с чёрными надписями.

**Ответ:**  $P(A) = 0.46$ .

3. Непрерывная случайная величина  $X$  задана плотностью вероятностей:

$$f(x) = \frac{C}{\sqrt{2\pi}} \exp\left\{-\frac{(x-1)^2}{2}\right\}$$

Найти константу  $C$ .

**Ответ:**  $C=1$ .

4. Задана случайная величина Бернулли:

X	1	0
P	$p = 0.4$	$q = 1 - p = 0.6$

Найти математическое ожидание  $M[X]$

**Ответ:**  $M[X] = 0.4$

$$M[X] = \sum_i^N x_i p_i = 1 \cdot p + 0 \cdot q = p = 0.4.$$

5. Вероятность того, что отклонение случайной величины  $X$  от её математического ожидания по абсолютной величине меньше положительного числа  $\varepsilon$ , не меньше чем  $(1 - D[X])/\varepsilon^2$  – это неравенство...

**Ответ:** Чебышева.

### III. Задания с развёрнутым ответом

1. Непрерывная случайная величина  $X$  задана плотностью вероятностей:

$$f(x) = \begin{cases} C \exp\{-0.2x\}, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases}$$

Найти константу  $C$ .

**Ответ:**  $C = 0.25$ .

Согласно условию нормировки:

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = \int_0^{\infty} C \exp(-\lambda x) dx = -\frac{C}{\lambda} \exp(-\lambda x) \Big|_0^{\infty} = 1$$

Таким образом,

$$C = \lambda = 0.25$$

2. Непрерывная случайная величина  $X$  задана плотностью вероятностей:

$$f(x) = \begin{cases} 0.5, & x \in [-1; 1] \\ 0, & x \notin [-1; 1] \end{cases}$$

Найти математическое ожидание  $M[X^2]$ .

**Ответ:**  $M[X^2] = \frac{1}{3}$ .

$$M[X^2] = \int_{-\infty}^{\infty} t^2 f(t) dt = \int_{x_1}^{x_2} \frac{t^2 dt}{x_2 - x_1} = \frac{x_2^2 + x_1 x_2 + x_1^2}{3} = \frac{1}{3}$$

3. Непрерывная случайная величина  $X$  задана функцией распределения:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \in (-\infty; 3) \\ 0.25(x - 3), & x \in [3; 9] \\ 1, & x \in (9; \infty) \end{cases}$$

Найти плотность вероятностей  $f(x)$ .

**Ответ:**  $f(x) = \begin{cases} 0.25, & x \in [3; 9] \\ 0, & x \notin [3; 9] \end{cases}$

$$f(x) = F'(x) = \begin{cases} 0, & x \in (-\infty; 3) \\ 0.25, & x \in [3; 9] \\ 0, & x \in (9; \infty) \end{cases} = \begin{cases} 0.25, & x \in [3; 9] \\ 0, & x \notin [3; 9] \end{cases}$$

4. Непрерывная случайная величина  $X$  задана функцией распределения:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ 1 - \exp\{-0.2x\}, & x \geq 0 \end{cases}$$

Найти плотность вероятностей  $f(x)$ .

**Ответ:**  $f(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ 0.2 \exp\{-0.2x\}, & x \geq 0 \end{cases}$

$$f(x) = F'(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ 0.2 \exp\{-0.2x\}, & x \geq 0 \end{cases}$$

5. Сформулировать правило “трех сигм”.

**Ответ**

$$P(|X - M[X]| < 3\sigma) = 1.$$

Вероятность того, что значение нормально распределённой случайной величины отклонится от своего математического ожидания более чем на  $3\sigma$ , практически равна 1.

### Задания с выбором ответа

№	Задание	Варианты ответа	Верный ответ
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			
8			
9			
10			

### Задания с кратким ответом

№	Задание	Верный ответ
1		
2		
3		
4		
5		

### Задания с развёрнутым ответом

#### **Задание 1.** Формулировка задания

Решение.

Обязательно приводится полное решение или ответ на вопрос.

Критерии оценивания	Баллы
Имеется верная последовательность всех этапов решения, обоснованно получен верный ответ.	3
Получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, при этом имеется верная последовательность всех этапов решения.	2
Получен верный ответ, однако имеются пропуски одного или двух этапов решения ИЛИ Решение не завершено, однако верно выполнен хотя бы один из этапов решения.	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0



## 20.2. Промежуточная аттестация

Промежуточная аттестация по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств: перечень вопросов к экзамену

### Перечень вопросов к экзамену

1. Классическое определение вероятности. Применение классического определения вероятности.
2. Условные вероятности. Формулы полной вероятности и Байеса.
3. Вероятностная схема Бернулли.
4. Статистические распределения.
5. Метод производящих функций.
6. Случайные величины.
7. Математическое ожидание. Дисперсия.
8. Предельные теоремы.
9. Цепи Маркова.

Для оценивания результатов обучения на экзамене используется 4-балльная шкала: «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

Критерии оценивания компетенций	Уровень сформированности компетенций	Шкала оценок
Полное соответствие ответа обучающегося всем перечисленным критериям. Обучающийся демонстрирует высокий уровень владения материалом, ориентируется в предметной области, верно отвечает на все дополнительные вопросы.	Повышенный уровень	Отлично
Ответ на контрольно-измерительный материал не соответствует одному или двум из перечисленных показателей, но обучающийся дает правильные ответы на дополнительные вопросы. Допускаются ошибки при воспроизведении части теоретических положений.	Базовый уровень	Хорошо
Ответ на контрольно-измерительный материал не соответствует любым трём из перечисленных показателей, обучающийся дает неполные ответы на дополнительные вопросы. Сформированные знания основных понятий, определений и теорем, изучаемых в курсе, не всегда полное их понимание с затруднениями при воспроизведении.	Пороговый уровень	Удовлетворительно
Ответ на контрольно-измерительный материал не соответствует любым четырём из перечисленных показателей. Обучающийся демонстрирует отрывочные знания (либо их отсутствие) основных понятий, определений и теорем, используемых в курсе.	–	Неудовлетворительно

